

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 17.11.2023

Новый материал (конспект в рабочую тетрадь)

Тема: «Нахождение погрешности результата численного решения задач»

Основные понятия

1 *Приближенным числом* a называется число, незначительно отличающееся от точного числа A и заменяющее последнее в вычислениях

2 Под абсолютной погрешностью Δ приближенного числа a понимается разность $\Delta = |A - a|$, отсюда следует, что A заключено в пределах $a - \Delta \leq A \leq a + \Delta$ или $A = a \pm \Delta$

3 Относительной погрешностью δ приближенного числа a называется отношение абсолютной погрешности Δ этого числа к модулю соответствующего точного числа $\delta = \frac{\Delta}{|A|}$.

Так как A обычно неизвестно, то на практике применяют оценку $\delta = \frac{\Delta}{|a|}$

4 *Значащей цифрой* приближенного числа a называется всякая цифра в его десятичном представлении, отличная от нуля, и нуль, если он содержится между значащими цифрами или является представителем сохраненного десятичного разряда

5 n первых значащих цифр приближенного числа a являются *верными*, если абсолютная погрешность этого числа не превышает половины разряда, выражаемого n – й значащей цифрой, считая слева направо. Цифры, не являющиеся верными, называются *сомнительными*

6 Если положительное приближенное число a имеет относительную погрешность δ , то количество верных знаков n данного числа можно определить по формуле $N = 1 - \lg(a_m \delta)$, где a_m – старший десятичный разряд, и в качестве n взять ближайшее целое к N число.

7 Погрешности арифметических действий

$$\Delta(a + b) = \Delta(a - b) = \Delta(a) + \Delta(b)$$

$$\delta(a \times b) = \delta\left(\frac{a}{b}\right) = \delta(a) + \delta(b)$$

$$\delta(a^m) = m \times \delta(a)$$

Задание

1 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла:

$$a = \int_1^2 \frac{dx}{x} \approx 0,719. \text{ Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения.}$$

Решение:

а) найдем значение заданного интеграла с помощью непосредственного интегрирования:

$$y = \int_1^2 \frac{dx}{x} = \ln|x| \Big|_1^2 = \ln 2 \approx 0,693$$

б) абсолютная погрешность: $\Delta = |y - a| = 0,719 - 0,693 = 0,026$

в) относительная погрешность: $\delta = \frac{\Delta}{|a|} \cdot 100 = \frac{0,026}{0,719} \cdot 100 \approx 3,6\%$

Задание

Округлите сомнительные цифры приближенного числа x с относительной погрешностью δ , оставив в его записи только верные цифры: $x=42,221$; $\delta=0,5\%$

Решение:

а) Найдем количество верных цифр числа x : $n = 1 - \lg(4 \cdot 0,005) \approx 2,699 = 3$

б) Округляем x до трех цифр $x = 42,2$

Задание

Найдите сумму, разность, произведение и частное чисел $x=42,22 \pm 0,001$ и $y=1,35 \pm 0,002$

Решение:

а) $x + y = 42,22 + 1,35 \pm (0,001 + 0,002) = 43,57 \pm 0,003$;

б) $x - y = 42,22 - 1,35 \pm (0,001 + 0,002) = 40,87 \pm 0,003$;

в) найдем относительную погрешность x и y :

$$\delta_x = \frac{0,001}{42,22} \approx 0,00002; \quad \delta_y = \frac{0,002}{1,35} \approx 0,00148;$$

тогда $\delta = \delta_x + \delta_y = 0,00002 + 0,00148 = 0,0015$;

$$x \cdot y = 42,22 \cdot 1,35 \pm \Delta = 56,997 \pm \Delta; \quad \Delta = x \cdot y \cdot \delta \approx 0,085$$

$$x \cdot y = 42,22 \cdot 1,35 \pm 0,085$$

$$\frac{x}{y} = \frac{42,22}{1,35} \pm \Delta = 31,274 \pm \Delta; \quad \Delta = \frac{x}{y} \cdot \delta \approx 0,047$$

$$\frac{x}{y} = 31,274 \pm 0,047$$

1. Практическую работу выполняем в тетради для практических работ.
Записываем тему, цель, вариант.

Практическое занятие № 12

Тема: «Методы интегрирования определенного интеграла»

Цель: отработать технику вычисления определенных интегралов методом замены переменной и интегрирования по частям.

Ход практического занятия

1. Изучить теоретический материал по рабочей тетради по теме «Нахождение погрешности результата численного решения задач»
2. Выполнить задания практической работы.
3. Ответить на контрольные вопросы (устно)

Теоретические сведения к практической работе Содержание практической работы № 12

Тема: «Нахождение погрешности результата численного решения задач»

Цель: отработать навыки производить вычисления с использованием абсолютной и относительной погрешности

1 вариант	2 вариант	3 вариант	4 вариант
Задание 1 При численном интегрировании было получено значение определенного интеграла. Найдите абсолютную и относительную погрешности этого приближения			
$a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,198.$	$a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,2188$	$a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,198.$	$a = \int_1^2 \sqrt{x} dx \approx 1,2188$
Задание 2 Найдите сумму и разность чисел			
$x = 22,43 \pm 0,001$ $y = 1,15 \pm 0,002$	$x = 34,27 \pm 0,001$ $y = 2,35 \pm 0,002$	$x = 27,38 \pm 0,001$ $y = 1,85 \pm 0,002$	$x = 41,24 \pm 0,001$ $y = 2,65 \pm 0,002$
Задание 3 Найдите произведения и частное чисел			
$x = 22,43 \pm 0,001$ $y = 1,15 \pm 0,002$	$x = 34,27 \pm 0,001$ $y = 2,35 \pm 0,002$	$x = 27,38 \pm 0,001$ $y = 1,85 \pm 0,002$	$x = 41,24 \pm 0,001$ $y = 2,65 \pm 0,002$

Контрольные вопросы

1. Что такое приближенное число?
2. Что такое абсолютная погрешность?
3. Что такое относительная погрешность?
4. Что такое значащая цифра приближенного числа?
5. Какие цифры считаются верными?
6. Какие цифры считаются сомнительными?
7. Формула вычисления количества верных знаков данного числа.
8. Как определять погрешности при арифметических действиях с приближенными числами?